

基于“生长数学”理念的初中数学教学案例剖析

叶尔

(杭州市临平区启文中学, 杭州 311199)

摘要: 根据“生长数学”的教学主张, 本文首先对初中数学学科深度学习做了简单介绍。然后阐述了生长数学中的三种教学主张: 意识唤醒、模块教学和问题解决。结合这三种教学主张在初中数学深度学习中的正向影响设计了具体的教学环节, 为“生长数学”理念下的深度学习提供必要的理论支撑与方法指导。

关键词: 生长数学, 深度学习, 教学设计

Analysis of Teaching Case for Junior High School Mathematics Based on Concept of Growth Mathematics

Ye Er

(Hangzhou Linping District Qiwen Middle School, Hangzhou 311199, China)

Abstract: Based on the teaching proposition of Growth Mathematics, this paper first provides a brief introduction to deep learning in the junior high school mathematics subject. Then, three teaching propositions in Growth Mathematics are elaborated: awareness awakening, module teaching, and problem-solving. By combining the positive impacts of these three teaching propositions on deep learning in junior high school mathematics, specific teaching steps are designed to provide necessary theoretical support and methodological guidance for deep learning under the concept of Growth Mathematics.

Key words: growth mathematics; deep learning; teaching design

随着社会进步和经济的快速发展, 信息时代对未来人才培养提出了挑战和要求。显然, 以往的浅层学习已不能满足当前形势下的教学需求。为了克服这一困难, 我国教育部推出了“深度学习”改进项目, 以实际教改行动来落实这一任务。深度学习强调对学科知识本质的理解, 对知识内在联系的认识, 以及对知识体系的整体把握。在如今的课堂教学中, 仍然存在以下问题: 教师以传授知识为主, 学生通过死记硬背的方式学习, 学习只是为了考高分, 而对于知识的本质或者知识点之间的联系并没有很好地把握。如果存在一种教育方法, 能让教师少教的同时让学生多学, 那必然是生长型教学方法。从生长的观点看数学教学, 它在某种程度上是一种系统和结构。只有在教学中创设凸显结构的思维情境, 才能放大数学的结构和功能, 才能避免学生在知识点上盲人摸象, 在结构与脉络上一览数学众山小这一现象。

生长数学中的创设意识唤醒, 主要是运用最近发展区的理念, 对学生的旧经验进行有效唤醒, 促进学生最近联想、有效联想、快速联想, 以此准确把握思维起点。因此, 非常有必要在教学设计中设计有效问题, 运用真实问题驱动, 推进学生数学思维的发展与进阶。

在生长数学教学中, 注重让学生从体系和结构中积累数学活动经验^[1]。在课堂教学中, 教师从学生已有的知识储备和现有的认知出发, 通过模块识别的教学方法, 将学生紧紧拴牢在数学思维活动这一具有数学本质的维度上^[2]。这样不仅能对学生进行有效的数学思维训练, 还能为学生积累基本的数学活动经验做铺垫。

1 生长数学中的教学主张

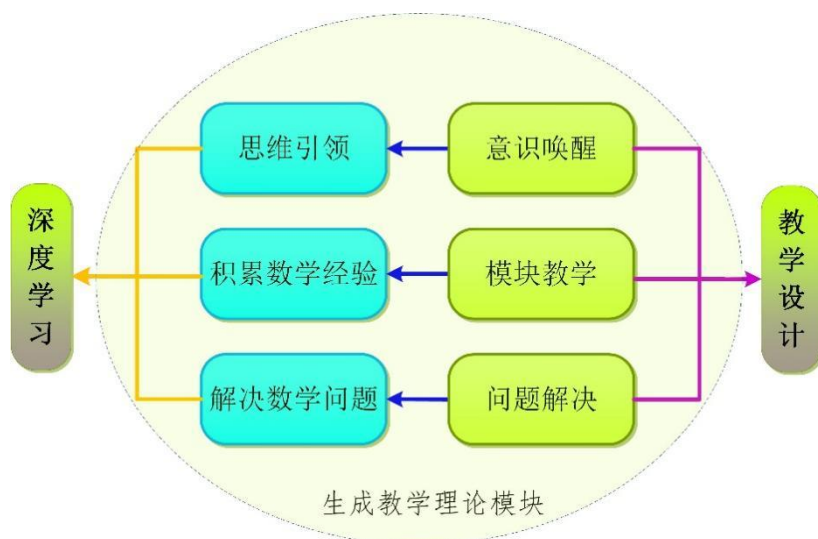


图1 生长数学中的教学主张示意图

1.1 创设意识唤醒

图1是生长数学中的教学主张示意图，其中意识唤醒策略具有适应性、有效性、自主性等特征，它不是知识和方法的简单传递，而是以学生认知的发展水平和已有的知识经验为基础，在“先行组织者”^[3]、“意识唤醒”^[4]、“生长数学”^[5]等理念下开展的数学教学活动，引领学生数学思维，并不断让学生在活动中积累经验，以此增强学生解决问题的能力。

1.2 运用模块教学

在解决一个数学问题的时候，首先需要识别是否解决过类似问题。如果是，则可以提取相似问题的相关信息来解答该问题。这里的相关信息，我们称它为数学中的一个“基本模块”。如果不是解决过的问题，那么就通过一些恰当的变化、变换或变式，同化或顺应等相关知识，达到解决问题的目的。这里对问题进行变化、变换、变式的方法，我们称之为数学问题中的一个“基本模块”。

1.3 注重问题解决

数学解题教学活动往往被演绎为“分析问题”和“解决问题”的过程，其注重解决问题的操作性、高效性、模式性，达到解一题会一类的目的。事实上，解题教学并不局限于上述定位，而是更侧重于“问题解决”。解题策略应从基本概念、基本原理以及联系性出发，找到题目的题眼和内核，在尝试解题的过程中，暴露思维过程，养成深度思考和问题解决的良好习惯。

2 生长数学下的活动设计

2.1 创设意识唤醒，引领数学思维

苏霍姆林斯基说：“在人的心灵深处，都有一种根深蒂固的需求，就是希望感到自己是一个发现者、研究者、探索者”。这要求教师不仅要激发学生心灵深处的强烈探究欲望，而且还要让学生在探究活动中感到成功的喜悦，从而产生强大的内在动力。意识唤醒是基于问题的探究，终于问题的解决，给学生探究问题和解决问题提供广阔的思维空间，引领学生产生探究的欲望。在教学中创设意识唤醒，学生将在释疑的过程中发展数学思维，达到深度学习的效果。

教学片段1：同位角，同旁内角，内错角的引入

(1) 图2中，两条直线相交，从位置上看，可以形成几种类型的角？这些角在数量上有关系吗？若有，是什么关系？

设计意图：第一，让学生回忆两条直线相交形成的“形结构”中，根据角的位置关系，得到对顶角和邻补角，体会到数学的分类思想；第二，让学生进一步体会对顶角和邻补角既有位置关系又有数量关系，为后续学习奠定基础；第三，用先行者的教学主张提供先于“三线八角”学习任务的引导材料，唤醒认知结构中原有的观念，并关联新的学习知识。

（2）如果在图2中增加一条直线，并隐去图中已研究部分，就构成了一条直线与两条直线相交的图。在图3中，从位置上看，可以形成哪几种类型的角？这些角在数量上有无关系？若有，是什么关系？

设计意图：由于图3是在图2的基础上变化生长得到的，从位置上看，图3产生了新类型的角。因此“角”这个大家庭中就产生了“新成员”。改设计的目的有以下几点：第一，学生能够正确分析“形结构”，从中找到“两条直线”和“第三条直线”，并识别同位角、内错角和同旁内角；第二，唤醒学生对对顶角、邻补角、同位角、内错角、同旁内角的区别和联系意识；第三，用先行组织者的教育主张，在“三线八角”的概念引入过程，体会从“两线相交”到“一条直线与另外两条直线相交”、从“共顶点的角的位置关系”到“不共顶点的角的位置关系”、从“有一定数量关系的角”到“不一定有数量关系的角”这几种研究几何图形的基本思路，为后续研究平行线的判定做铺垫。

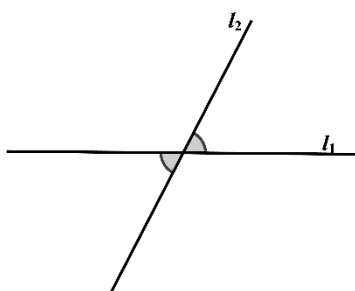


图2 对顶角

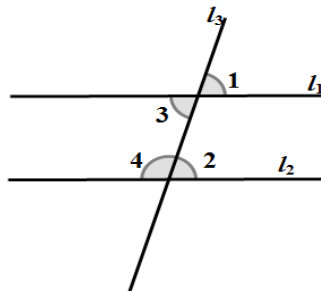


图3 内错角

课堂实录：

生1：图2中有对顶角和邻补角，数量关系：对顶角是相等的，邻补角是互补的。

师：在图2中，加一条直线，就变成一条直线与两条直线相交，如图3，从位置上看，有哪些角？这些角在数量上有没有关系？

生2：在图3中，也有对顶角和邻补角，但出现了既不是对顶角也不是邻补角的角，除了对顶角和邻补角有数量关系外，其它的角没有数量关系？

师：在“角”的大家庭中又多了新成员，那么这节课将研究这种你说的既不是对顶角也不是邻补角的角。

师：观察 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ ，说说它们的位置与截线和被截线之间存在什么关系？

生3： $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 位于被截线同一侧，截线同旁。

师：我们称位于被截线同一侧，在截线同旁的这样的角为同位角。根据同位角的特点，同学们猜想一下：两个角满足何种关系才能被称为内错角？

生4：内错角位于被截线之间，截线两旁。

师：非常正确！我们将位于被截线之间，截线两旁的两个角称之为内错角。那么，请根据你们的猜想找出图3中的内错角。

生5： $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 。

师：根据同位角和内错角的特点，同学们再猜猜满足什么条件两个角才能被称为同旁内角？

生 6：同旁内角位于被截线之间，截线同一旁。

师：非常棒！我们将位于被截线之间，截线同旁的两个角称为同旁内角。根据你们的猜想找出图 3 中的内错角。

生 7： $\angle 4$ 和 $\angle 3$ 。

师：对比同位角、内错角、同旁内角的位置关系，填写表 1。

表 1 同位角、内错角、同旁内角的位置关系		
两角的位置关系	位于被截线	位于截线
同位角		
内错角		
同旁内角		

小结：在第三条直线 l_3 的同旁，并且分别位于直线 l_1 和 l_2 的同一侧，这样的一对角称为同位角；位于第三条直线 l_3 的异侧，并且都在两条直线 l_1 和 l_2 之间，这样的一对角称为内错角；位于第三条直线 l_3 的同旁，并且在直线 l_1 和 l_2 之间，这样的一对角称为同旁内角。

2.2 运用模块教学，积累数学经验

数学模块是指某些数学知识、数学技能的一个“集成块”，是数学问题的一个“组合部件”，是解决数学问题的思想方法，也是将我们的经历和朴素做法上升为具体模块的基本经验和基本方法。教师通过数学“基本模块”构建教学活动，引导学生识别和组合基本模块，以此发展学生的数学思维，积累基本的数学活动经验。

教学片段 2：探究三角形全等判定条件的形成

环节 1：我们知道，如果两个三角形全等，那么它们的边和角对应相等。那判定两个三角形全等是否需要对所有的边和角分别进行测量呢？

环节 2：根据全等三角形的概念，猜测：判定全等三角形需要哪些要素？能否将判定条件尽量减少？

设计意图：首先，通过回忆全等三角形的概念引入新课，以此为出发点，展开全等三角形的判定方法教学活动。主要通过问题链和核心知识探究三角形全等的判定方法，并形成以下生长方式：以静态观点构造判定三角形全等条件的生长节，即对两个一般三角形的三边和三角先进行组合再分别研究，让学生在探究和辨析的过程中逐步得到所有判定条件。让学生回忆全等三角形概念，根据尽量减少全等三角形判定条件的原则，可以得到给一个条件，两个条件，三个条件（对边角的组合），并从中体会数学分类思想。在这个探究活动中，主要让学生掌握全等三角形的判定方法，为学生提供往后研究特殊四边形判定数学思想方法的平台，并积累基本的思维活动经验，让学生真正达到“会学”境界，从而在教学中自然形成下列方法模块：判定四边形为特殊四边形可以从“角”和“边”这两个要素去探索判定条件。

课堂实录：

从给出的条件数量进行分类讨论：

（1）给定一个条件：只有一对边或一组角对应相等，是否能画出两个全等的三角形？

生 1：不可以，并举出反例（图 4 和图 5）：

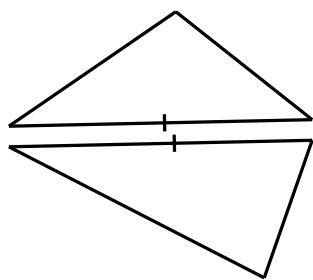


图 4 一条边对应相等

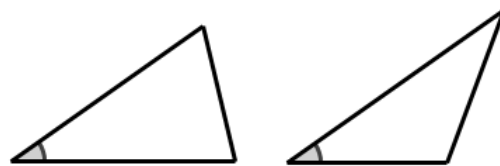


图 5 一个角对应相等

(2) 如果给定两个判定条件，在哪几种条件下能画出两个全等三角形？

生 2：可以有两边对应相等、一边和一角对应相等、两角对应相等。

(3) 学生分成三组，分别对这三种情况进行讨论，并展示小组的讨论结果。

生 3：两边对应相等不可以，反例（图 6）：

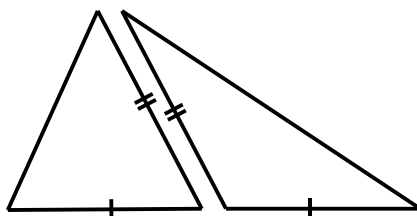


图 6 两条边对应相等

生 4：一边和一角对应相等不可以，反例（图 7）：

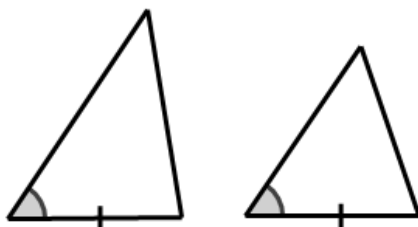


图 7 一边和一角对应相等

生 5：两角对应相等不可以，反例（图 8）：



图 8 两角对应相等

(4) 给定三个判定条件：在哪几种条件下能画出两个全等三角形？

生 6：可以分三边对应相等、两边和一角对应相等、一边和两角对应相等、三角对应相等。

学生思考之后并回答。

生 7：三角对应相等的情况与两角对应相等情况一样。

师：我们发现：要使两个三角形全等，至少需要三个判定条件。那么，我们这节课先讨论三边对应

相等这种情况。

2.3 借题发挥，解决数学问题

学习数学离不开解题。华罗庚曾说：“学数学不解题，犹如入宝山而空返”。而数学借题教学恰恰又陷入了一个困境：许多学生课堂上一听就会，课后一做就错^[6]。出现这种现象的根源在于：在教学活动中仅单纯地注重解题，对于思路的寻找过程，为什么这么解或如何获得解题思路不够重视，对问题的本质揭示不够，给人一种“买珠还椟”的感觉。因此，在解题策略上首先要找到解决问题的关键或发现问题的根源，然后把着力点放在探究这个问题的关键或根源上，用解决问题的方法去突破困难，从而达到解决问题的目的。即一个完整的解题念头，是一个生长性很强的思维方式，也是学生“带着走、用得上”的思维程序。为此，可以找典型题，并借题发挥，对问题进行变式，这样才能有效地提升学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力。

教学片段 3:

例：如图 9 所示四边形，能说说 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 之间存在怎样的数量关系吗？

变式：如图 10 所示多边形， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E =$ _____。

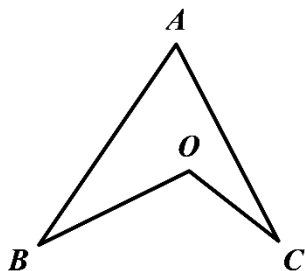


图 9 四边形

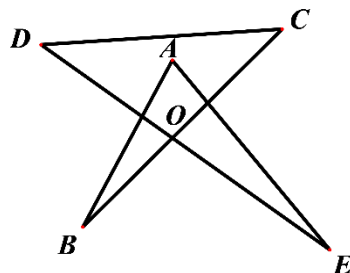


图 10 多边形

设计意图：在变式之前，提供了一个基本的图形背景，笔者在原问题上进行拓展，借题发挥，对问题进行变式，与学生一起探究。变式中的图形复杂，对于刚学完三角形内角和外角性质的学生，看到此题时可能无从下手，不知道切入点在哪。正如学生说的那样“老师讲的都能听懂，但一做题就无从下手”。在做该题前先做一道简单的几何题，让学生找简单图形上的一些角之间的数量关系，指出这幅图是一个“飞镖”模型。然后回到变式的题目中，学生就会联想到上一题中的基本模型，将原题的本质暴露。

3 活动设计下的教学思考

3.1 要选择好“唤醒材料”

图 11 是教学活动下的教学思考框架，不难发现选择合适的“意识唤醒”材料是实施意识唤醒教学的关键。如果唤醒材料选得好，就能够起到“四两拨千斤”的效果，而且还能让学生形成问题意识，激发学生强烈的探究欲望。教师选择“类比性”引导材料，通过类比迁移的方法解决问题。例如教学片段 1 中通过回顾旧知“两条直线相交得到的这些角的特点”类比提出“两条直线被第三条直线所截，得到这些角有什么特点”的问题，从而发展学生的数学思维，达到解决问题的目的。

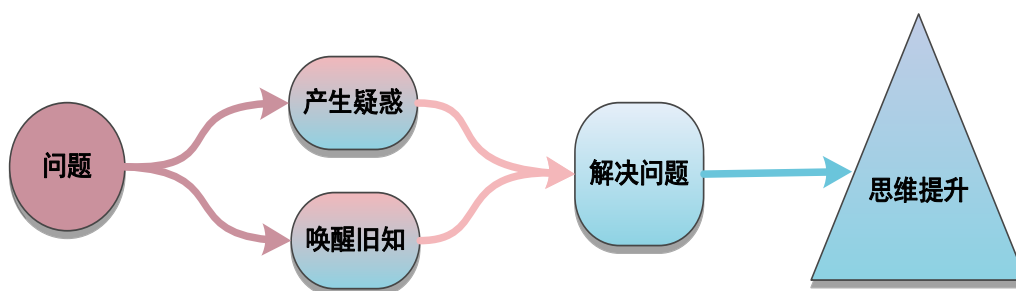


图 11 活动教学下的教学思考框架

3.2 注意模块的生长

数学模块并不是在某一知识点形成的终端产品，而是伴随着学生对所学知识的认识程度的加深，不断发展，不断完善，它有一个生长过程。教师要在学生所学知识的关键点上发展模块，在知识的连接点上生长模块，在学生的能力点上完善模块。例如在教学片段 2 中形成以下模块：从角出发探索判定三角形全等，以及从边出发探索三角形全等。为学生以后研究特殊四边形的判定提供数学思想方法平台，并积累数学基本经验。

3.3 题不在难，有为就可

借习题发挥解决问题，就是对数学问题或者习题进行发挥、拓展，以探究并获得更加本质的数学属性。解题发挥的关键就是从提供的问题中寻找攻破问题的钥匙，这个钥匙就是数学的本质，再自觉地用数学本质真正地解决问题。因此笔者认为，前期提供的问题要控制好难度，要在“为”上去把握和选择。有“为”就是解决问题的作为，是数学内在本质，在解题教学中揭示数学本质，是解题活动的根本目的。

4 结语

基于生长数学中的意识唤醒、模块教学和问题解决三种教学主张，以及它们在初中数学深度学习中的正向影响，设计了具体的教学环节，为生长数学理念下的深度学习提供了必要的理论支撑。

参考文献：

- [1] 卜以楼.模块教学:积累数学活动经验的有效载体——从《矩形的判定》教学说起[J].数学教学研究,2010,29(07):7-10.
- [2] 朱向明.数学思维活动经验:内涵、分类及教学策略[J].教育研究与评论(小学教育教学),2020,(05):8-12.
- [3] 卜以楼.先行组织者:旧经验的唤醒,新经验的积累[J].中学数学教学参考:中旬,2014(4):4.
- [4] 卜以楼.意识唤醒:揭示数学本质的有效策略——以苏科版课标教材“合并同类项”教学为例[J].中学数学,2013,(12):16-19.
- [5] 中华人民共和国教育部.义务教育教学课程标准(2011年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [6] 卜以楼.从借题发挥到解决问题[J].初中生世界,2016,(40):69-73.

Copyright © 2026 by author(s) and Global Academic Press Co., Limited.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-Non Commercial-Share Alike 4.0 International License. <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

